John D. Barrow

Sto důležitých věcí O UMĚNÍ A MATEMATICE, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)

DOKOŘÁN

John D. Barrow

100

Sto důležitých věcí

O UMĚNÍ A MATEMATICE, které nevíte

(a ani nevíte, že je nevíte)

Dokořán

John D. Barrow
Sto důležitých věcí o umění a matematice, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).
Z anglického originálu 100 Essential Things You Didn't Know You Didn't Know About Maths and the Arts vydaného nakladatelstvím The Bodley Head přeložili Jiřina Vítů, Lukáš Georgiev a Jiří Pilucha.
Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.
Redakce Marie Černá.
Sazba Karel Horák.
Obálka a konverze do elektronické verze Michal Puhač.
V roce 2017 vydalo nakladatelství Dokořán, s. r. o., Holečkova 9, 150 00 Praha 5, dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz, jako svou 889. publikaci (259. elektronická).

ISBN 978-80-7363-770-5

Věnováno Darcey a Guyovi, kteří jsou dosud tak mladí, že vědí všechno

Umění znamená „já“, věda znamená „my“.
Claude Bernard

Obsah

Předmluva

Matematiku lze najít všude kolem nás. Je základem vztahů a situací, u nichž bychom to vůbec nečekali a za „matematické“ je nepovažovali. Právě držíte v rukou sbírku myšlenek a útržkovitých úvah o matematice, zaměřenou na neobvyklé použití matematiky mimo její obvyklé prostředí. Situace jsme tentokrát převzali ze světa „umění“, které zde budeme chápat jako široce pojatý obor zahrnující rozlehlé subkontinenty designu i humanitních věd. Z mnoha možností jsem vybral stovku příkladů. Výběr je vytvořen tak, že knihu lze číst v libovolném pořadí: některé kapitoly volně navazují na jiné, ale většinou jsou samostatné a nabízejí nový pohled na různé aspekty umění – sochařství, návrhy mincí či známek, populární hudbu, strategie při aukcích, výrobu falzifikátů, čmárání po papíru, broušení drahokamů, abstraktní umění, tisk, archeologii, grafickou úpravu středověkých manuskriptů nebo kritiku textů. Nejedná se o tradiční knihu „o matematice a umění“, která by znovu probírala různé symetrie nebo perspektivu, ale o jakési pobídnutí k novému pohledu na okolní svět.

Široké spektrum neočekávaných propojení mezi světem matematiky a světem umění vlastně není žádným překvapením. Na matematiku lze pohlížet jako na katalog všech možných forem či vzorů, což také vysvětluje její užitečnost a univerzalitu. Doufám, že tato sbírka příkladů zaměřených na prostorové a časové formy napomůže k tomu, že lépe oceníte, že i obyčejná matematika dokáže vrhnout zcela nové světlo na leckteré aspekty lidské tvořivosti.

Rád bych poděkoval lidem, kteří mě při psaní této knihy povzbuzovali nebo mi pomáhali se shromažďováním obrazového materiálu a přípravou jeho finální podoby. Zejména bych rád poděkoval Katherine Ailesové, Willu Sulkinovi

a jeho nástupci v nakladatelství Bodley Head. Za přispění jsem vděčný také Richardu Brightovi, Owenu Byrneovi, Pinu Donghimu, Rossu Duffinovi, Ludovicu Einaudimu, Marianne Freibergerové, Geoffreymu Grimmettovi, Tonymu Hooleyovi, Scottu Kimovi, Nicku Meeovi, Jutaku Nišijamovi, Richardu Taylorovi, Rachel Thomasové a Rogeru Walkerovi. Rád bych poděkoval také Elizabeth a dalším členům naší nyní již vícegenerační rodiny, že byli všímaví a tu a tam se o tuto knihu při psaní zajímali. Teď jen doufám, že si povšimnou i toho, že už vyšla.

John D. Barrow
Cambridge

1
Umění matematiky

Proč jsou matematika a umění tak často propojené? S knihami či výstavami zaměřenými například na vztah umění k nauce o tvárnosti materiálů nebo entomologii se hned tak nesetkáme, zatímco umění a matematika bývají na stránkách učených pojednání častými souputníky. Existuje pro to jednoduchý důvod, který lze vystopovat až u samých základů matematiky.

Zatímco historici, inženýři či zeměpisci nebudou mít s osvětlením předmětu svého zájmu žádné potíže, matematici to tak jednoduché nemají. Již dlouhou dobu existují dvě různá pojetí toho, co vlastně matematika *je*. Podle jednoho pojetí matematické vztahy objevujeme či odkrýváme, zatímco podle druhého si je vymýšlíme a konstruujeme. Podle prvního názoru je matematika jakýmsi souborem věčně pravdivých tvrzení, která v určitém reálném smyslu již „existují“ a matematici je postupně nalézají. Toto pojetí se někdy označuje jako matematický platonismus. Druhé, protikladné pojetí pohlíží na matematiku jako na nekonečně rozmanitou hru, podobnou například šachům, u níž si vymýšlíme pravidla a poté vyvozujeme důsledky, které z nich vyplynou. Pravidla často stanovujeme podle toho, co vidíme v přírodě kolem sebe, anebo s cílem usnadnit si řešení nějakého praktického problému. V každém případě toto pojetí předpokládá, že matematika je pouze rozpracováním těchto souborů pravidel: nemá vlastní smysl, existují pouze její možná použití. Je lidským vynálezem.

Tyto dva alternativní filozofické pohledy, totiž odkrývání nebo vytváření, necharakterizují jen matematiku. Jde o dva pohledy, které lze zpětně vystopovat až k dávnému počátku filozofického myšlení ve starověkém Řecku. Naprosto stejně lze přistupovat i k hudbě, umění nebo fyzikálním zákonům.

Zvláštní na matematice je to, že téměř všichni matematici se chovají jako platonici, tedy že hledají a nalézají různé skutečnosti v myšlenkově přístupném světě matematických pravdivých tvrzení, ale pokud bychom se jich zeptali na nejzazší povahu matematiky, tohoto pohledu na ni by se zastala jen malá hrstka z nich.

Celá situace je ještě složitější kvůli těm, kdo zpochybňují ostrou hranici mezi uvedenými dvěma pojetími (jako například já). Přece jen, i kdyby nakrásně určitá část matematického světa byla pouze nalezena a odkryta, proč by nebylo možné s její pomocí začít vytvářet další matematické skutečnosti? Proč je nutné, aby vše, co nazýváme matematikou, bylo *buď* nalezené, *nebo* zkonstruované?

Existuje i jiný pohled na matematiku, který je v určitém smyslu slabší, zejména v tom, že do její definice zahrnuje například i pletení nebo hudbu. To je však podle mého názoru užitečnější pro nematematiky. Tento pohled také objasňuje, proč nám matematika připadá tak šikovná k chápání fyzického světa. V tomto třetím pojetí je matematika jakýmsi katalogem všech možných forem či vzorů. Tento katalog je nekonečný. Některé z těchto vzorů umožňují členit prostor a slouží k dekoraci našich podlah či stěn; jiné mají podobu časových sekvencí, různých symetrií nebo logických vztahů či forem příčiny a následku. Některé nám připadají atraktivní a zajímavé, jiné nikoli. Ty první máme tendenci zkoumat do hloubky, zatímco ty druhé nás příliš nelákají.

Praktická užitečnost matematiky, která tolik lidí překvapuje, není z tohoto pohledu žádným mysteriem. Určité vzorce či obrazce musejí ve vesmíru existovat, jinak by nemohla existovat ani žádná forma života nadaného vědomím. A matematika je pouze nástrojem k jejich studiu. Proto se také zdá, že tak všudypřítomně prostupuje veškerým naším zkoumáním přírodního světa. Ale určité mysterium tu přece jen zůstává: jak je možné, že tak malý počet jednoduchých vzorů a forem dokáže vypovídat tak mnoho o struktuře vesmíru a všeho, co v něm existuje? Můžeme si také povšimnout, že matematika je pozoruhodně účinným nástrojem v přímočarých přírodních vědách, avšak překvapivě je neúčinná, pokud jde o pochopení problematiky mnoha komplexních věd zaměřených na lidské chování.

Tento pohled na matematiku jako na soubor všech možných vzorů a forem také ukazuje, proč jsou matematika a umění tak často provázány. V uměleckých dílech lze vždy rozpoznat nějaké formy. V sochařství se pracuje s prostorovými formami, v dramatické tvorbě půjde navíc o formy uchopení času. Všechny tyto formy lze popisovat jazykem matematiky. I přes tuto možnost ale neexistuje žádná záruka, že matematický popis bude zajímavý a účelný v tom smyslu, že přispěje k získání nových forem nebo že nás dovede k hlubšímu porozumění. Lidské emoce můžeme označit čísly nebo písmeny a můžeme si také vytvořit jejich soupis, ale to ani v nejmenším neznamená, že se budou řídit stejnými pravidly a vzorci jako čísla nebo gramatika. Naopak jiné, subtilnější vzory a formy, jako například hudební formy, do strukturálního pojetí matematiky zcela jasně spadají. To ale neznamená, že účelem či smyslem hudby je matematika samotná, ale pouze to, že symetrie a formy, s nimiž se pracuje v hudbě, jsou jen malým zlomkem z obrovského katalogu možností, které se matematika snaží zkoumat.

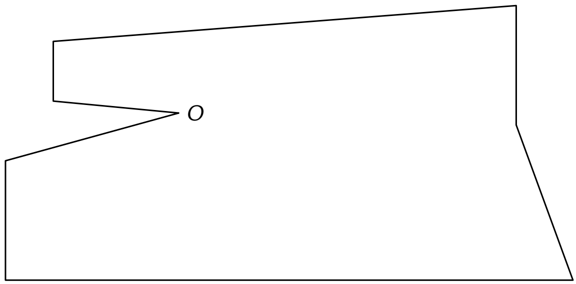
2

Kolik hlídačů je potřeba v galerii?

Představte si, že jste šéfem ochranky v umělecké galerii, kde na všech stěnách visí vzácné obrazy. Visí dost nízko, aby je návštěvníci měli přímo před očima, a tak jsou současně dobře dostupné zlodějům a vandalům. Galerie se skládá z řady místností různých tvarů a půdorysných rozměrů. Jak zajistíte, aby byl každý obraz neustále pod dohledem? Máte-li neomezený rozpočet, je řešení snadné: postavíte ke každému obrazu jednoho hlídače. Umělecké galerie se však jen zřídkakdy topí v penězích a mecenášům se nebude chtít přispívat na platy pro davy hlídačů. Musíte proto vyřešit následující úlohu: jaký nejmenší počet strážců najmout a jak je rozmístit, aby všechny stěny galerie ve výšce očí byly stále pod dohledem?

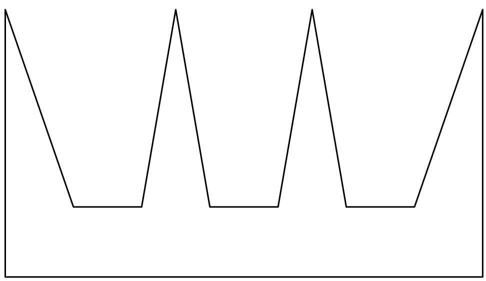
Potřebujeme tedy zjistit nejmenší počet hlídačů (nebo kamer) potřebných k pozorování všech stěn, přičemž předpokládáme, že stěny jsou rovné, že hlídač na rohu v místě dotyku dvou stěn má dobrý výhled na obě z nich, že mu v rozhledu nebrání žádná překážka a že jeho zorný úhel je 360°. Výstavní síň o trojúhelníkovém půdorysu může očividně uhlídat jediný strážce, a totéž platí obecněji pro libovolný vypouklý (konvexní) mnohoúhelník s rovnými stěnami.

Vše začíná být zajímavější, pokud jsou některé ze stěn zalomené dovnitř. Na obrázku vidíme jednu takovou síň o osmi stěnách. Tu také uhlídá jediná osoba, pokud ovšem



stojí v bodě O (celkový přehled ztratí ve chvíli, kdy přejde do levého horního nebo dolního rohu).

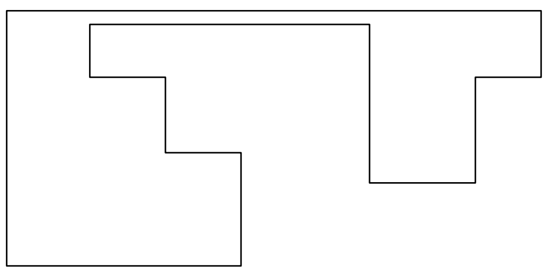
Tato galerie se tedy provozuje celkem lacino. Ale podívejte se na jinou, dvanáctistěnnou síň s poněkud výstřednějším půdorysem, s níž už začíná být problém. Mají-li mít hlídači na očích všechny stěny, budou muset být čtyři:



Zkusme teď úlohu řešit nějak obecně. Rozhodující je síň rozdělit na vzájemně se nepřekrývající trojúhelníky.[1] To jde vždycky. Ježto je trojúhelník jeden z oněch konvexních útvarů, pro které stačí jediný hlídač, vidíme, že lze-li síň úplně pokrýt T trojúhelníky, uhlídá ji T osob. Může jich ale stačit i méně. Například čtvercovou místnost lze úhlopříčkou rozdělit na dva trojúhelníky, ale dva hlídači nejsou nutní, stačí jeden. Obecně bude maximální počet osob k ohlídání místnosti o W stěnách roven celé části[2] čísla $W/3$. U naší dvanáctistěnné hřebenovité síně to dělá 12/3 = 4, kdežto u osmistěnné to jsou 2.

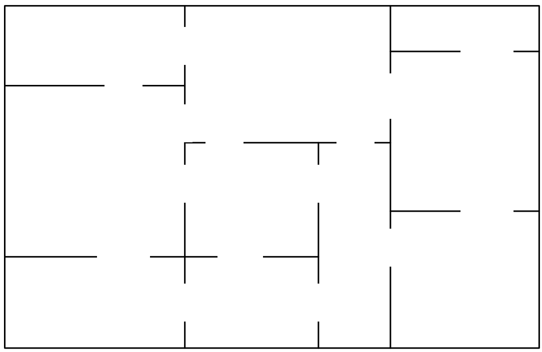
Bohužel rozhodnout, zda skutečně potřebujete tento maximální počet hlídačů, nebo zda v daném případě vystačíte i s menším počtem, není zrovna snadné. Jedná se o výpočetně náročnou úlohu, kdy se počítačový čas potřebný pro řešení může přidáním každé další stěny zdvojnásobovat.[3] V praxi to dnes však může způsobovat potíže pouze v případě, že *W* je velmi velké číslo.

Většina galerií, které v současnosti můžete navštívit, nemá na rozdíl od výše uváděných případů klikatě rozeklaný půdorys. Všechny rohy v nich budou pravoúhlé, jako na následujícím obrázku:



Máme-li pravoúhlou výstavní síň s mnoha kouty a rohy jako na obrázku, lze ji půdorysně rozdělit na obdélníkové sektory, z nichž každý může hlídat jen jedna osoba.[4] Platí, že v každé pravoúhlé mnohostěnné síni bude počet hlídačů, kteří určitě zvládnou svůj úkol, roven celé části čísla 1/4 × (počet koutů a rohů). U vyobrazené síně se 14 kouty a rohy je výsledek 3. Znamená to, že z hlediska výdajů je mnohem hospodárnější mít galerii tohoto tvaru, přičemž výhoda pravoúhelníkového uspořádání se zvyšuje s počtem stěn. Je-li v místnosti 150 stěn, může nepravoúhlé provedení vyžadovat až 50 strážců, kdežto pravoúhlé nejvýš 37.

Jiným obvyklým uspořádáním pravoúhlých galerií je prostor rozdělený na jednotlivé místnosti (na obrázku galerie s 10 místnostmi):



Takovou galerii lze vždy rozdělit na sadu obdélníků, které se navzájem nepřekrývají. Toto provedení je užitečné, protože umístíte-li dohlížitele do průchodu mezi dvěma místnostmi, pak může sledovat obě najednou, nikdo však nemůže střežit 3 či víc místností současně. Proto pro tyto případy platí, že počet strážců, který bude vždycky stačit (a někdy bude i nutný), bude roven celé části čísla 1/2 × (počet místností + 1). U galerie na obrázku je tedy potřeba 5 hlídačů. Toto je jedno z úspornějších řešení. Matematici v minulosti zkoumali všechny možné scénáře, které se mohou vyskytnout v praxi. V některých z nich se strážci pohybují, v jiných mají zase jen omezené zorné pole nebo jim naopak pomáhá soustava zrcadel, takže vidí i za některé rohy. Existují také studie zkoumající optimální dráhu, po níž se mají pohybovat hypotetičtí zloději v galerii prošpikované kamerami či hlídané pohybujícími se strážci. Až se tedy jednoho dne rozhodnete ukrást *Monu Lisu*, nebude na škodu dopřát si trochu matematiky.

3 Poměry stran z různých pohledů

Až znepokojivě velká část populace tráví značnou část dne u televize nebo u obrazovky počítače. Za nějakých padesát let se v učených časopisech jistě objeví spousta článků o škodlivých účincích, jež napáchala na lidském zraku počítačová revoluce, při níž se tolik nedbalo na „zdraví a bezpečnost“.

Během posledního dvacetiletí se u displejů a obrazovek používaných v počítačovém průmyslu ustálily určité formáty a velikosti. „Velikost“ obrazovky se stejně jako na počátku televizního věku udává jako délka úhlopříčky mezi protilehlým horním a dolním rohem. Formát je definován jako „poměr stran“, tedy jako poměr šířky obrazovky k její výšce. V počítačovém průmyslu se nejčastěji používají tři nebo čtyři formáty. Před rokem 2003 měla většina monitorů formát čtyři ku třem. Jestliže tedy monitor měl šířku čtyři jednotky a výšku tři jednotky, pak podle Pythagorovy věty víme, že druhá mocnina délky jeho úhlopříčky je rovna součtu druhých mocnin jeho délky (16) a výšky (9), což je 25, neboli pět na druhou. Úhlopříčka tedy musí mít délku pět jednotek. Obrazovky tohoto téměř čtvercového tvaru se ve starší televizní éře staly normou i pro monitory stolních počítačů. Tu a tam se mohl člověk setkat s poměrem stran 5 : 4, ale nejběžněji se do roku 2003 užíval poměr 4 : 3.

V letech 2003 až 2006 se v tomto odvětví ujal kancelářský standard 16 ku 10, což je formát, který už se tolik neblíží čtverci a je více roztažený do šířky. Tento poměr se téměř shoduje s proslulým poměrem zlatého řezu 1,618, což nejspíš není žádná náhoda. O tomto poměru umělci a architekti často tvrdí, že je esteticky příjemný pro oko, a tak již celá staletí nachází značné uplatnění ve výtvarném umění a designu. Matematici znají jeho zvláštní charakter již od Eukleidových dob. Povíme si o něm více v následujících kapitolách, ale nyní nám stačí vědět toto: o dvou hodnotách A a B říkáme, že jsou v poměru zlatého řezu R tehdy, když

$$\frac{A}{B} = \frac{A + B}{A} = R.$$

Když podíl rozepíšeme, vidíme, že $R = 1 + B/A = 1 + 1/R$, a tedy

$$R^2 - R - 1 = 0.$$

Řešením této kvadratické rovnice je iracionální číslo $R = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) = 1{,}618$.

Poměr zlatého řezu R se používal u notebooků první generace a poté i u samostatných monitorů, které lze připojit k libovolnému stolnímu počítači. Do roku 2010 však vývoj v této oblasti nabral další obrátky a přišel další evoluční posun – i když možná jen nahodilý – k poměru stran 16 ku 9. Obě tato čísla – druhé mocniny čtyř a tří – mají sympatický pythagorejský charakter. Obrazovka s šířkou 16 jednotek a výškou 9 jednotek bude mít úhlopříčku, jejíž délka je druhou odmocninou z čísla 256 + 81 = 337, což je přibližně 18,36 (už ne tak úhledné číslo). Mezi lety 2008 a 2010 měly téměř všechny počítačové obrazovky poměr stran 16 ku 10 nebo 16 ku 9, ale do roku 2010 téměř všichni výrobci přešli od poměru zlatého řezu k poměru 16 ku 9, což je nejlepší kompromis s ohledem na sledování filmů na počítači. Ale uživatel zde nejspíš zase jednou přijde zkrátka, protože když porovnáme dvě obrazovky se stejnou délkou úhlopříčky, dostaneme při poměru stran 4 : 3 větší plochu displeje než při novějším poměru stran 16 : 9 – obrazovka s úhlopříčkou 28 palců a poměrem stran 4 : 3 bude mít zobrazovací plochu 250 čtverečních palců, zatímco osmadvacetipalcová obrazovka s poměrem stran 16 : 9 má plochu jen 226 čtverečních palců.[1] Výrobci a prodejci, jejichž snahou je přimět nás k výměně počítačového vybavení co nejčastěji, před námi zákazníky o těchto věcech taktně mlčí. Pořídit si nové vybavení může zkrátka někdy znamenat pohoršit si.

4

Vickreyovy aukce

Aukce výtvarných děl nebo nemovitostí bývají otevřené v tom smyslu, že účastníci slyší vyvolávané nabídky ostatních dražitelů nebo jejich agentů. Draženou položku získává dražitel, který nabídl nejvyšší cenu, a musí nabídnutou částku také zaplatit. Jedná se o typ aukce „zaplať, kolik jsi nabídl“, který se obvykle označuje jako „anglická aukce“.

Díky prodejcům drobných předmětů, jako jsou známky, mince nebo dokumenty, se na začátku 20. století značně rozšířil jiný typ aukce využívající takzvanou „obálkovou metodu“, který lze provozovat poštou (dnes i po internetu) a který vyjde mnohem levněji, protože nemusí být řízen licencovaným dražitelem. Zájemci do stanoveného data odešlou nezveřejněnou částku, kterou jsou ochotni za draženou položku zaplatit. Aukci vyhrává účastník, který nabídl nejvyšší částku, ale za vydražený předmět zaplatí cenu, kterou nabídl zájemce s druhou nejvyšší cenou. Tento typ aukce s utajenými nabídkami se nazývá Vickreyova aukce – na počest amerického ekonoma Williama Vickreye, který v roce 1961 studoval zákonitosti tohoto i jiných typů aukcí.[1] Je jisté, že Vickrey tento typ aukce nevynalezl – poprvé byla tato metoda užita při prodeji poštovních známek sběratelům a obchodníkům v roce 1893, kdy různé aukce začaly přitahovat zájem dražitelů na obou stranách Atlantiku a nebylo prakticky uskutečnitelné cestovat přes oceán kvůli osobní účasti na jednotlivých aukcích. V dnešní době na tomto principu fungují internetové aukční portály, jako například eBay (ačkoli zrovna na eBay ještě navíc platí pravidlo, že vyšší nabídka musí překonat předchozí nabídku o určitou minimální částku).

Obvyklý princip „zaplať, kolik jsi nabídl“, který je tak populární u dražeb v aukčních síních, naráží u obálkové metody na problémy. Pokud každý, kdo odesílá neveřejnou nabídku, má za to, že jedině on zná skutečnou hodnotu prodávané položky, pak bude každá nabídka pravděpodobně nižší než skutečná hodnota předmětu a prodávající přijde zkrátka. Kupující, který předkládá nabídku ceny za předmět, jako je například nemovitost, jejíž hodnotu nelze předem dost dobře zjistit, má pocit, že je tlačen k přeplácení, a může skončit zbytečným vynaložením o hodně vyšší částky, než by stačilo k výhře v otevřené aukci. Někteří kupující také nechtějí licitátorovi při obálkové metodě zasílat vysoké nabídky kvůli obavě, že tím prodejci poskytnou důležitou informaci. Pokud si například ve smíšeném souboru dražených předmětů všimnete jedné obzvláště cenné položky, pak zasláním vysoké nabídky můžete nechtěně způsobit, že prodávající něco zavětří, dojde mu, co jste viděli, a stáhne inkriminovanou položku z prodeje.

Shrnuto, aukce typu „zaplať, kolik jsi nabídl“ obálkovou metodou tedy lidi nemotivuje k tomu, aby dražené předměty prodávali a kupovali za cenu co nejbližší skutečné hodnotě. K tomu je Vickreyova aukce mnohem vhodnější. Optimální strategií při Vickreyově aukci je nabídnout právě takovou cenu, jakou podle vašeho názoru dražená položka skutečně má. Abychom si to ozřejmili, představme si, že skutečnou hodnotu předmětu odhadnete na S, nabídnete za něj částku N, zatímco nejvyšší nabídka od všech ostatních dražitelů bude mít hodnotu O. Je-li O větší než S, pak byste měli učinit nabídku nižší nebo rovnou S, aby nemohlo dojít k tomu, že položku koupíte zbytečně draze. Pokud je však *O* menší než *S*, měli byste nabídnout částku rovnou *S*. Když nabídnete méně, položku nejen nezískáte levněji (zaplatíte za ni pořád částku *O*, totiž hodnotu druhé nejvyšší nabídky), ale ještě navíc můžete prohrát s jiným zájemcem. Optimální strategií je tedy nabízet částku rovnou skutečné hodnotě dražené položky, tedy *S*.

5

Falešně dokonalá intonace

Dokonalá intonace a nasazování tónů působí u některých zpěváků populární hudby často podezřele, zvlášť když jde o amatérské pěvce v talentových soutěžích. Když si poslechneme obdobné soutěže z dřívějších dob, nikde takovou míru dokonalosti nenajdeme. Naše podezření jsou oprávněná. Používají se totiž určité matematické triky, které vyčistí a vylepší zpěvákův výkon, takže i falešný projev zní dokonale a má přesnou intonaci.

V roce 1996 se Andy Hildebrand rozhodl využít své znalosti z oblasti zpracování signálu při hledání ložisek ropy. Zkoumal odrazy seismických signálů odesílaných pod zem s cílem zmapovat rozložení hornin a ropy. Následně se rozhodl využít své akustické znalosti ke zkoumání korelací mezi různými hudebními zvuky a vytvořit automatický intervenční systém k odstraňování nebo úpravě zvuků, které neznějí čistě nebo jsou jinak nelibozvučné. Podle všeho k tomu došlo poté, co se rozhodl skončit s hledáním ložisek ropy a přemýšlel, do čeho se pustí dál. Jednoho dne pořádal večeři pro pár přátel a jedna účastnice ho vybídla, zda by jí nepomohl najít způsob, jak zpívat čistě. A to se mu povedlo.

Hildebrandův program automatického dolaďování tónů zpočátku využívalo jen několik málo nahrávacích studií, ale postupně se stal v hudební branži standardem. V současné době jej lze jako efekt připojit k mikrofonu, kde dokáže v reálném čase rozpoznávat a opravovat nečisté tóny a výkyvy v ladění. Automaticky dolaďuje výstup, takže bez ohledu na kvalitu vstupu zní vždy čistě. Hildebranda tento vývoj velmi překvapil. Původně totiž očekával, že program bude schopen tu a tam opravit občasný neladící tón, a ne že bude průběžně zpracovávat celé vystoupení. Zpěváci postupně začali považovat za samozřejmé, že jejich nahrávky se zpracovávají pomocí automatického dolaďovacího efektu. To mělo samozřejmě vliv na homogenizaci hudební produkce, což je vidět zejména v případech, kdy stejnou skladbu nazpívají různí interpreti. Zpočátku byl tento software drahý, ale během let začaly být dostupné i levnější verze pro domácí použití a pro milovníky karaoke, a nyní je jeho vliv všudypřítomný.

Většina posluchačů, kteří nejsou přímo z hudební branže, se s tímto fenoménem nejspíše poprvé setkala, když se v populární televizní soutěži mladých talentů *X Faktor* strhl povyk kvůli tomu, že výkony soutěžících se vylepšovaly právě automatickým dolaďováním. Po protestech se použití tohoto zařízení v soutěži zakázalo a zpěváci nyní čelí mnohem náročnějšímu úkolu, jaký skýtá skutečný zpěv naživo.

Automatický dolaďovací program nejenže dolaďuje frekvenci tónů zpěváka na nejbližší půltón (tedy na tón některé klávesy na klavíru), ale musí provést i další úpravy. Frekvence tónu je totiž rovna podílu rychlosti vlnění a vlnové délky, takže při změně frekvence tónu se změní také odpovídající rychlost vlnění a délka tónu. Bez úpravy by hudba zněla, jako kdyby ji někdo neustále zpomaloval a zrychloval. Hildebrandův trik spočívá v tom, že hudební obsah se digitalizuje, rozdělí se do nespojitých sekvencí zvukových signálů a po úpravě frekvence a rekonstrukci vyčištěného hudebního signálu se upraví i doba trvání vlnění, aby vše znělo, jak má.

Celý proces je poměrně komplikovaný a je založen na matematické metodě označované jako Fourierova analýza.

Tato metoda umožňuje rozložit jakýkoli signál na součet různých sinusových vln. Dá se to popsat, jako by tyto jednoduché vlny byly základními stavebními bloky, z nichž lze složit libovolně složitý signál. Rozklad komplexního hudebního signálu na součet vln (stavebních bloků) s různými frekvencemi a amplitudami umožňuje velmi rychle provádět korekci výšky a kompenzaci délek tónů, takže posluchač nemá šanci cokoli postřehnout. Tedy samozřejmě za předpokladu, že mu není podezřelé, že dotyčný jedinec zpívá až příliš dokonale.