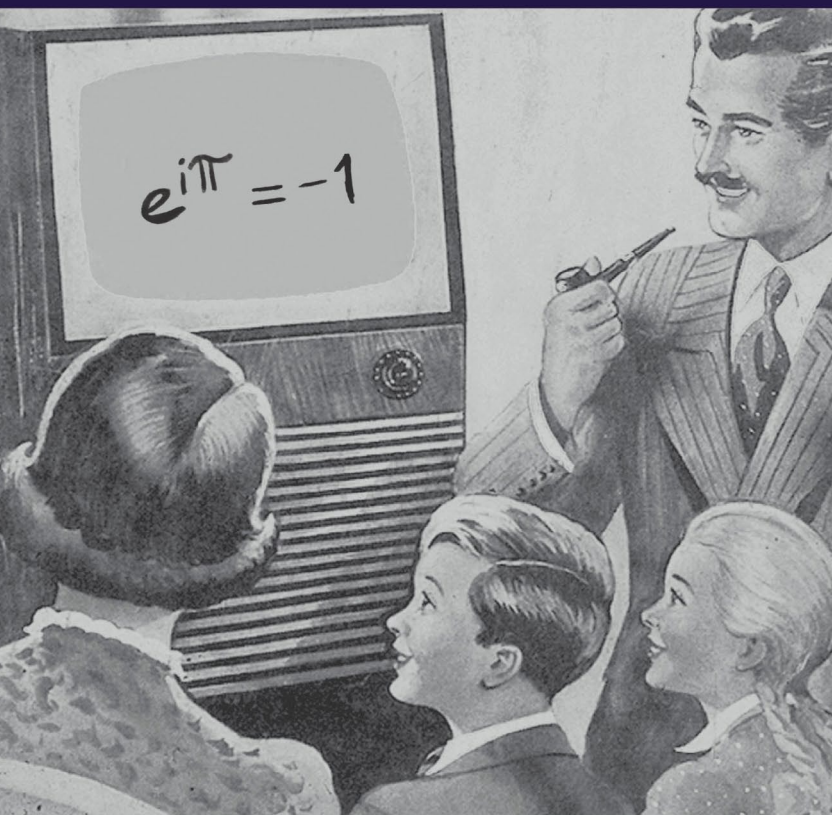


1089 a další parádní čísla

Matematická dobrodružství

David Acheson



DOKOŘÁN

1089

a další parádní čísla

Matematická dobrodružství

David Acheson

DOKOŘÁN

David Acheson

1089

a další parádní čísla

Matematická dobrodružství

1089 & All That: A Journey into Mathematics was originally published in English in 2002. This translation is published by arrangement with Oxford University Press. Dokořán is solely responsible for this translation from the original work and Oxford University Press shall have no liability for any errors, omissions or inaccuracies or ambiguities in such translation or for any losses caused by reliance thereon.

Kniha 1089 a další parádní čísla. Matematická dobrodružství byla původně vydána v angličtině v roce 2002. Tento překlad vychází po dohodě s nakladatelstvím Oxford University Press. Za chyby, vynechávky, nepřesnosti či nejednoznačnosti překladu plně odpovídá nakladatelství Dokořán, s. r. o.

Copyright © David Acheson, 2002

Translation © Luboš Pick, 2006, 2023

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být rozmnožována a rozšiřována jakýmkoli způsobem bez předchozího písemného svolení nakladatele.

Třetí vydání v českém jazyce (první elektronické).

Z anglického originálu *1089 & All That: A Journey into Mathematics* přeložil Luboš Pick.

Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník. Redakce Tereza Ješátková.

Sazba Didot. Litografické studio, s. r. o., Truhlářská 17, Praha 1.

Konverze do elektronické verze a obálka

(s použitím obrázku Steva Bella) Michal Puhač.

Vydalo v roce 2025 nakladatelství Dokořán, s. r. o.,

Holečkova 9, Praha 5,

dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,

jako svou 1 338. publikaci (468. elektronická).

ISBN 978-80-7675-248-1

OBSAH

1	1089 a další parádní čísla	7
2	Láska ke geometrii	15
3	Ale... to je přeci absurdní...	25
4	Trampoty s algebrou	35
5	Nebesa v pohybu	47
6	Samá změna!	59
7	Udělám se menším a ještě menším	67
8	Suma sumárum, už to skoro máme, ne?	79
9	Stručná historie čísla π	89
10	Dobré vibrace	99
11	Jak chytře chybovat	109
12	Co je tajemstvím veškerého života?	119
13	$e = 2,718 \dots$	129
14	Chaos a katastrofy	141
15	Něco jako indický trik s lanem	153
16	Realita nebo imaginace?	165
	Poděkování a citace	177
	O původu jednotlivých ilustrací	178
	Rejstřík	180



KAPITOLA 1

1089 A DALŠÍ PARÁDNÍ ČÍSLA

Myslete si nějaké trojciferné číslo. Může to být zcela libovolné trojciferné číslo, ale první číslice se musí od třetí lišit alespoň o dvě. Napište jej v převráceném tvaru a z takto vzniklých dvou trojciferných čísel odečtete to menší od většího. Například

$$782 - 287 = 495 .$$

Nyní napište výsledné číslo v převráceném tvaru a obě čísla sečtete:

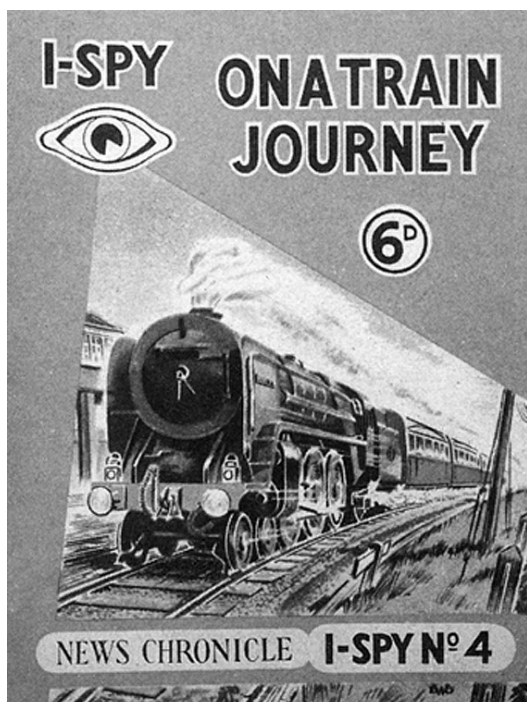
$$495 + 594 = 1\,089 .$$

Na konci celé procedury vyšlo 1089. Dejme tomu, a co má být? Příště jistě vyjde něco jiného, je přeci jasné, že výsledek závisí na volbě výchozího čísla, ne? Jenomže on na něm právě *nezávisí*.

Výsledek bude vždy roven 1089, ať už na počátku zvolíte jakékoli trojciferné číslo.

* * *

Tento „trik 1089“ byl prvním matematickým kouskem, který na mne opravdu hluboce zapůsobil. Bylo mi deset let, když jsem jej našel v ročence časopisu *I-SPY* z roku 1956. Byla to kniha pro děti, kterou vy-



dal známý britský deník té doby, a která obsahovala něco málo dobrodružných příběhů a o něco více vzdělávacích článků typu „Život v rybníku“.

Článek, který nejvíce ze všech zaujal mne, ovšem vypadal takto:



KOUZLO S ČÍSLY

Kouzelník drží v ruce prázdnou tabulku, na kterou napíše číslo, které nikomu neukáže. Pak požádá některého kamaráda, aby na kus papíru napsal jakékoli trojciferné číslo sestávající ze tří různých číslic, potom aby toto číslo napsal v převráceném tvaru, odečetl nižší číslo od vyššího, a nakonec aby převrátil výsledné číslo a přičetl jej k výsledku odčítání. Když je vše hotovo, obrátí kouzelník tabulku a ukáže, že na ní má napsané číslo 1089.

VYSVĚTLENÍ ZÁHADY

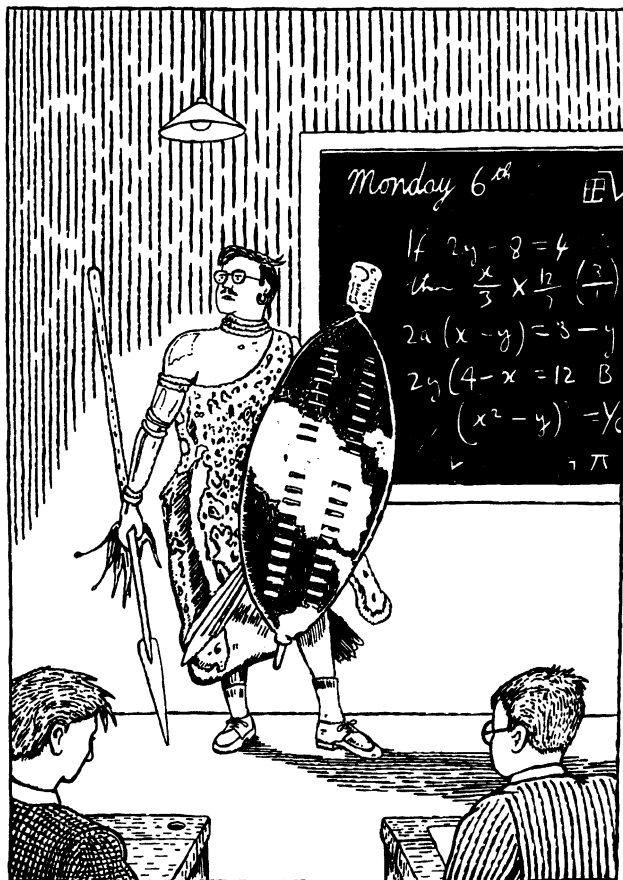
Bez ohledu na výchozí číslo bude výsledek vždy roven 1089.



Zmíněná knížka obsahovala i jiné kouzelnické triky, třeba „zmizení sklenice vody“ nebo „čtení myšlenek“, ale z nějakého důvodu to byl „trik 1089“, který opravdu získal moji pozornost.

Myslím, že právě díky onomu prvku záhadnosti a překvapení se tento výsledek zařadil do úplně jiné kategorie než většina věcí, které jsme dělali ve škole.

PAN BINDEN DĚLAL VŽDY VŠE, CO BYLO
V JEHO SILÁCH, ABY DODAL SVÝM
HODINÁM ALGEBRY NA ZAJÍMAVOSTI ...



© Glen Baxter

Neříkám, že mě nebavily sumy a další prvky elementární matematiky, protože mě téměř nepochybně bavily. Pro ilustraci vám nicméně sdělím, že typická domácí úloha v té době vypadala asi takto:

A a B společně napumpují vodu do nádrže za 4 hodiny. A a C naplní tutéž nádrž za 5 hodin. B pracuje dvojnásobnou rychlostí než C. Určete, za jak dlouho naplní nádrž sám C.*

Myslím, že tedy celkem snadno pochopíte, proč mě „trik 1089“ tak oslnil.

* * *

Dnes, po více než čtyřiceti letech, se mi zdá, že tentýž prvek tajemství a překvapení je společným jmenovatelem pro to nejlepší, co matematika nabízí. Některé z prvotřídních matematických vět a výsledků skutečně vytvářejí dojem jakéhosi *zázraku*.

Doufám, že vám něco z toho předvedu v této knížce. Dále věřím, že vám budu moci ukázat, kolik radosti může skýtat aktivní podíl na deduktivních úvahách, s jejichž pomocí se tyto věty *dokazují*.

A nedosti na tom, uvidíme také několik pozoruhodných aplikací matematiky v přírodních vědách a v přírodě samé.

* Chudák C bude pumpovat dlouhých 20 hodin.

MATEMATIKA

1. Úžasné
VĚTY

2. Nádherné
DŮKAZY

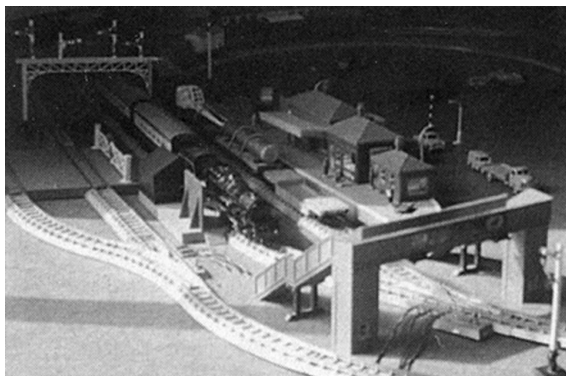
3. Fantastické
APLIKACE

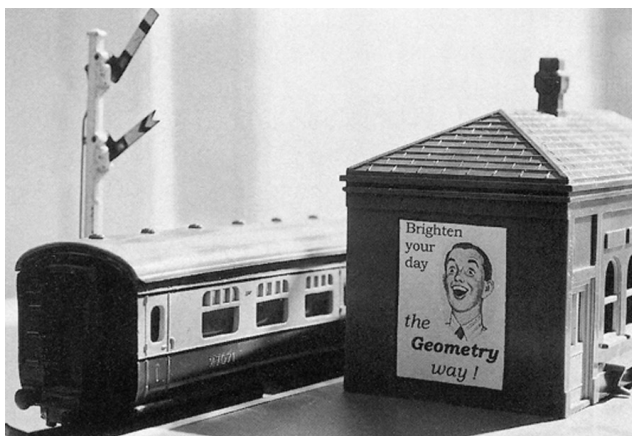
Ať už jste velice mladí nebo hodně staří a nebo něco mezi tím, ať jste ve škole nebo na univerzitě a nebo nic z toho, ať máte v ruce pero nebo gin s tonikem, vydejte se spolu se mnou na projížďku.

Po cestě se seznámíme s některými nejdůležitějšími matematickými nápady a také trochu s jejich historií.

Krátce řečeno, vydáme se od prvních krůčků až k samotným hranicím vědy, a aby nám cestou neutekl „hlavní cíl“, budeme se pohybovat dost rychle.

Kdybychom si kupříkladu představili, že jedeme vlakem, pak bychom jej mohli nazvat *Matematickým expresem*.





KAPITOLA 2

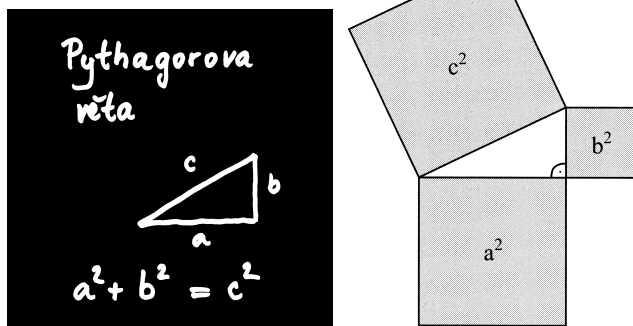
LÁSKA KE GEOMETRII

Jeden z nejlépe doložených případů, kdy někoho opravdu pořádně překvapila matematika, popisuje následující historka o filozofovi Thomasi Hobbesovi (1588–1679):

Čtyřicet jar byl již stár, a přec ponejprv on s geometrií se obeznámil; toto událo se náhodou. Procházeje se pánskou knihovnou, tu uzřel na stole otevřenou knihu „Základy“ od Eukleida, a to 47 *El. libri 1*. Přečetl si Tvzení. Ach, pane B..., pravil k sobě, (míval ve zvyku klít, aby slovům důrazu dodal) *to přec je nemožné!*

Zde tedy máme příklad matematického kousku nejvyšší kvality, neboť Hobbesovi se zdál výsledek natolik ohromující, že se mu zdráhal uvěřit.

Tvrzení, o které šlo, nebylo nic jiného než *Pythagorova věta*: nechť a , b a c jsou strany pravoúhlého trojúhelníka, z nichž c je nejdelší; potom $a^2 + b^2 = c^2$.



Hobbes ovšem nebyl z těch, kdo jen tak uvěří nějakému tvrzení na potkání; přečetl si *důkaz*. Více než cokoli jiného právě důkaz způsobil, že náhle pocítil

...lásku ke geometrii.

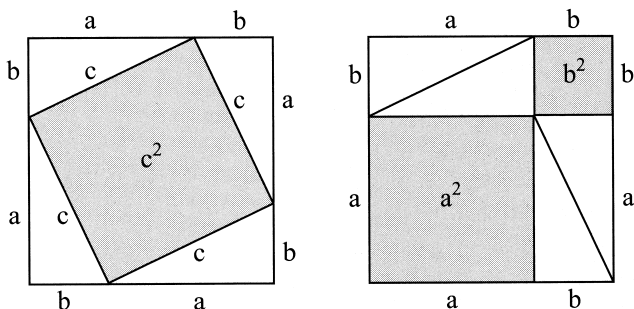
Tak tedy i my si nyní dokážeme Pythagorovu větu.

* * *

Je mi pochopitelně jasné, že leckoho napadne, proč se s něčím takovým vůbec zdržovat. Koneckonců, ta

věta je na světě přes dva tisíce let a každý ji zná. Kdyby náhodou neplatila nebo kdyby na ní bylo něco v nepořádku, *tak by si toho snad někdo všiml*.

V matematice je ovšem úvaha podobného typu vpodstatě k ničemu. Navíc, ať je to jak chce, rozkošně jednoduchý důkaz, který předvedeme, je skoro zábavný.



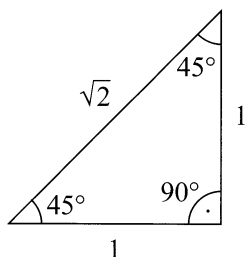
Vezmeme si čtverec o straně $a + b$ a umístíme do něj čtyři kopie výchozího pravoúhlého trojúhelníka podle náčrtku. Zbyde čtverec o ploše c^2 . Představme si bílé dlaždičky trojúhelníkového tvaru na tmavé podlaze a posuňme tři z nich do nových pozic naznačených na obrázku. Obsah plochy, která *není* pokryta dlaždičkami, teď činí $a^2 + b^2$, musí však být stejný jako před posunutím.

$$\text{Takže } a^2 + b^2 = c^2 .$$

* * *

Dva speciální případy Pythagorovy věty stojí za zvláštní zmínku.

V prvním z nich jsou oba ostré úhly v pravoúhlém trojúhelníku rovny 45° :



Je-li délka obou kratších stran rovna řekněme jedné, pak délka nejdelší strany je $\sqrt{2}$. Tímto přirozeným způsobem se na scéně objevuje druhá odmocnina ze dvou.

Další běžně se vyskytující případ je ten, kdy jsou ostré úhly rovny 30° a 60° :

