

Je libo dámu, nebo tygříka?

Mnozí ze ctěných čtenářů jsou možná obeznámeni s povídkou Franka Stocktona „Dáma nebo tygr?“, v níž si králův vězeň musí zvolit jedny ze dvou dveří, přičemž za jedněmi na něj číhá hladový tygr a za druhými vdavekchtivá dáma. Zvolí-li první dveře, bude téměř jistě sežrán tygrem, zvolí-li druhé, bude sežrán dámou, tedy přesněji, bude se muset s přítomnou osobou ženského pohlaví oženit.

Jeden král jistě vzdálené země tuto povídku také četl a dostal díky ní nápad. „Skvělý způsob práce se zločinci!“ pravil svému ministrovi. „Ale pozor! Já nehodlám ponechat nic náhodě. Na každé dveře připevním cedulku a vězňovi sdělím k nápisům na těchto cedulkách jisté informace. Jestliže si bude vězeň počínat chytře a bude se řídit logikou, pak nejenže si zachrání život, ale návdavkem získá pěknou nevěstu!“

„Výtečná myšlenka,“ souhlasil ministr.

PRVNÍ DEN

Během prvního dne proběhly tři soudní procesy. Ve všech třech případech objasnil král vězňům, že v každém ze dvou zavřených pokojů se nachází buď dáma, nebo tygr. Upozornil je zároveň i na to, že všechny možné kombinace jsou přípustné, tedy že za oběma dveřmi mohou být dámy, nebo

mohou dlít v obou pokojích tygři, případně může jeden z pokojů obsahovat dámu a druhý tygra.

1. První proces

„A co když bude v obou pokojích tygr?“ zeptal se vězeň.
„Co potom?“

„To by byla fakt smůla,“ odvětil král.

„A co když bude v obou pokojích dáma?“ ptal se vězeň dále.

„No tak to by zas nebyla až taková smůla,“ odpověděl král. „S tím byste si snad už nějak poradil, ne?“

„No dobře, tak předpokládejme, že je v jednom pokoji tygr a ve druhém dáma. Co se bude dít potom?“

„V takovém případě nejspíš bude dost záležet na tom, které dveře otevřete, nemyslíte?“ pravil král.

„A jak mám poznat, který pokoj mám zvolit?“ zeptal se vězeň.

Král mu však místo odpovědi pouze pokynul směrem ke dvěma cedulkám na dveřích pokojů.

I: V TOMTO POKOJI JE DÁMA A VE VEDLEJŠÍM TYGR

II: V JEDNOM ZE DVOU POKOJŮ JE TYGR A VE DRUHÉM DÁMA
--

„Jsou sdělení na cedulkách pravdivá?“ otázal se vězeň.

„Jedno z nich je pravdivé a druhé nepravdivé,“ odpověděl král.

Jste-li vězněm, které ze dvou dveří v této situaci otevřete (samozřejmě za předpokladu, že je vám milejší setkání s dámou než s tygrem, což, pravda, není vždy zcela jisté)?

2. Druhý proces

První z delikventů si nakonec zachránil život a odkráčel spolu se svou novou nevěstou. Pak byly nejprve vyměněny cedulky na dveřích pokojů a poté bylo i příslušným způsobem změněno složení jejich obyvatelů. Tentokrát hlásaly nápisy toto:

I:
ALEŠPOŇ V JEDNOM
Z TĚCHTO DVOU POKOJŮ
SE NACHÁZÍ DÁMA

II:
VE VEDLEJŠÍM POKOJI
JE TYGR

„Jsou nápisy na dveřích pravdivé?“ dotázal se druhý odsouzený.

„Buď jsou obě tvrzení pravdivá, nebo jsou obě nepravdivá,“ odpověděl král.

Ke kterým dveřím má vězeň zamířit?

3. Třetí proces

Také ve třetím případě, jak objasnil král vězňovi, byly buď oba nápisy pravdivé, nebo oba nepravdivé. Hlásaly toto:

I:
BUĎ JE TADY TYGR,
NEBO JE VEDLE DÁMA,
NEBO OBOJÍ

II:
VE VEDLEJŠÍM POKOJI
JE DÁMA

Nachází se za dveřmi prvního pokoje dáma, nebo tygr?
A co v druhém pokoji?

DRUHÝ DEN

„Ty soudy včera, to bylo naprosté fiasko!“ láteřil král v rozhovoru se svým ministrem. „Všichni vězňové své úlohy bez problémů vyřešili! No dobrá, dnes máme na programu dalších pět soudních řízení a mám pocit, že jim to trochu ztížím.“

„Skvělá myšlenka,“ souhlasil ministr.

Král později oznámil, že pro všechna soudní řízení onoho dne platí následující pravidlo: jestliže se v pokoji vlevo (označeném jako „pokoj I“) nachází dáma, pak je výrok uvedený na jeho dveřích pravdivý. Je-li ale v pokoji tygr, pak je výrok na dveřích nepravdivý. V pokoji vpravo („pokoj II“) je situace přesně opačná: dáma znamená nepravdivý výrok a tygr odpovídá výroku pravdivému. Stejně jako včera je i dnes přípustné, že by v obou pokojích číhali tygři, ba i to, že by v obou pokojích číhaly dámy.

4. Čtvrtý proces

Král vysvětlil vězňovi pravidla a pokynul směrem ke dvěma tabulkám:

I: V OBOU POKOJÍCH JSOU DÁMY

II: V OBOU POKOJÍCH JSOU DÁMY

Kam se má vězeň vydat?

5. Pátý proces

Stejná pravidla, jiné tabulky:

I:
ALESPŇ V JEDNOM
Z POKOJŮ SE NACHÁZÍ DÁMA

II:
VE VEDLEJŠÍM POKOJI
SE NACHÁZÍ DÁMA

6. Šestý proces

S předcházející hádankou byl král obzvláště spokojen a s tou následující rovněž:

I:
NA VOLBĚ POKOJE
NEZÁLEŽÍ

II:
VE VEDLEJŠÍM POKOJI
SE NACHÁZÍ DÁMA

Co si má chudák vězeň počít?

7. Sedmý proces

Na tabulkách máme tyto výroky:

I:
NA VOLBĚ POKOJE
ZÁLEŽÍ

II:
NA VAŠEM MÍSTĚ
BYCH VOLIL
VEDLEJŠÍ POKOJ

Kam teď?

8. Osmý proces

„Ale vždyť na dveřích žádné tabulky nejsou!“ zvolal vězeň.

„Přesně tak,“ odvětil spokojeně král. „Tabulky byly sice právě vyrobeny, ale dosud jsem neměl čas je umístit na dveře.“

„No ale na základě čeho mám tedy volit?“ dožadoval se vězeň.

„Tabulky vám ukážu, pohleďte:“

V TOMTO POKOJI
NALEZNETE TYGRA

V OBOU POKOJÍCH
ODPOČÍVAJÍ TYGŘI

„To jsou vesměs samé skvělé zprávy,“ pravil vězeň stísněně, „ale která tabulka přijde na které dveře?“

Král chvíli přemýšlel. „To nepotřebujete vědět,“ pravil nakonec. „Úlohu můžete vyřešit i bez této informace. Jen mějte na paměti,“ připomněl, „že dáma v pokoji vlevo znamená pravdivost výroku na jeho dveřích, tygr vlevo znamená, že výrok na těchto dveřích je nepravdivý, a pro pokoj vpravo platí opačná pravidla.“

Jak zní řešení úlohy?

TŘETÍ DEN

„Zatraceně!“ zvolal král. „Ti mizerní kriminálníci mě včera zase doběhli! Ale zítra jim napařím *tři* pokoje místo dvou, do dvou z nich nacpeme tygry a jen do jednoho tu ženskou. A uvidíme, jak se s tím naši páni vězni popasují!“

„Mistrovská myšlenka,“ souhlasil ministr.

„Ty vaše repliky, i když jsou lichotivé, se mi jeví jako poněkud monotónní!“ pravil král zvýšeným hlasem.

„Výborně řečeno!“ souhlasil ministr.

9. Devátý proces

A vskutku, třetího dne jak král řekl, tak udělal. Připravil tři pokoje a vysvětlil vězňovi, že za dvěma ze tří zavřených dveří lze nalézt tygra, zatímco za zbývajícimi dlí půvabná dáma. Tabulky na dveřích nesly následující nápisy:

I: V TOMTO POKOJI NALEZNEŠ TYGRA
--

II: V TOMTO POKOJI NAJDEŠ DÁMU

III: TYGR SE NACHÁZÍ V POKOJI II
--

Král přidal informaci, že nejvýše jedno ze tří tvrzení je pravdivé. Ve kterém pokoji je dáma?

10. Desátý proces

V pokojích je nyní opět jedna dáma a dva tygři. Vězeň si od krále vyslechl poučení, že nápis na dveřích pokoje obsahujícího dámu je pravdivý, a že alespoň jeden ze zbývajících dvou nápisů je nepravdivý. Na tabulkách stálo toto:

I: V POKOJI II NAJDEŠ TYGRA

II: V TOMTO POKOJI JE TYGR

III: TYGRA NAJDEŠ V POKOJI I

Co má vězeň učinit?

11. Otázka priorit

U tohoto poněkud neobvyklého výkonu práva vysvětlil král vězňovi, že v jednom ze tří pokojů se nalézá tygr, ve druhém je dáma a třetí pokoj je prázdný. Nápis na dveřích pokoje s dámou je pravdivý, nápis na dveřích pokoje s tygrem je nepravdivý, a konečně nápis na dveřích prázdného pokoje může být pravdivý i nepravdivý. Zde je jejich znění:

I: POKOJ III JE PRÁZDNÝ

II: TYGRA NAJDEŠ V POKOJI I

III: TENTO POKOJ JE PRÁZDNÝ

V tomto případě se náhodou stalo, že vězeň dotyčnou dívku osobně znal a velice si přál se s ní oženit. Tudíž ačkoli by dal přednost prázdnému pokoji před pokojem s tygrem, jeho první volbou by byl pokoj s dámou. Ve kterém pokoji je dáma a ve kterém tygr? Zodpovíte-li správně tyto dvě otázky, pak jistě nebudete mít žádný problém s určením, který pokoj je prázdný.

ČTVRTÝ DEN

„Hrůza!“ pravil král. „Zdá se, že nejsem schopen vymyslet dost těžké úkoly na to, abych alespoň jednoho toho chlapa dostal do úzkých! No dobrá, už nás čeká jen jeden proces, ale tentokrát odsouzenému opravdu dám co proto!“

12. Logický labyrint

Král svému slovu vskutku dostál. Místo tří pokojů, mezi nimiž měl delikvent volit, jich připravil devět! Jak vězňovi vysvětlil, dáma se nacházela jen v jediném z pokojů. Ve zbývajících osmi pokojích byli buď tygři, nebo byly pokoje prázdné. Král ještě dodal, že nápis na dveřích pokoje se slečnou je pravdivý, všechny nápisy na dveřích tygřích pokojů jsou nepravdivé a nápisy na dveřích prázdných pokojů mohou být pravdivé i nepravdivé.

Zde máme znění jednotlivých nápisů:

I: DÁMA SE NACHÁZÍ V POKOJI S LICHÝM ČÍSLEM	II: TENTO POKOJ JE PRAZDNÝ	III: BUĎ JE NÁPIS NA DVEŘÍCH POKOJE V PRAVDIVÝ, NEBO JE NÁPIS NA DVEŘÍCH POKOJE VII NEPRAVDIVÝ
IV: NÁPIS NA DVEŘÍCH POKOJE I JE NEPRAVDIVÝ	V: ALESPOŇ JEDEN Z NÁPISŮ NA DVEŘÍCH POKOJŮ II A IV JE PRAVDIVÝ	VI: NÁPIS NA DVEŘÍCH POKOJE III JE NEPRAVDIVÝ
VII: DÁMA SE NENACHÁZÍ V POKOJI I	VIII: V TOMTO POKOJI VYČKÁVÁ TYGR A POKOJ IX JE PRAZDNÝ	IX: V TOMTO POKOJI SE NACHÁZÍ TYGR A NÁPIS NA DVEŘÍCH POKOJE VI JE SOUČASNĚ NEPRAVDIVÝ

Vězeň studoval předloženou situaci dost dlouhou dobu. „Problém je neřešitelný!“ zvolal konečně. „To není fér!“

„Já vím,“ zasmál se král.

„Mně to moc vtipné nepřipadá,“ odpověděl vězeň. „No tak, prokažte mi laskavost a sdělte mi alespoň to, jestli je pokoj VIII prázdný!“

Král byl čestný muž, a tak vězňovi jeho dotaz pravdivě zodpověděl a řekl mu, zda je pokoj VIII prázdný či nikoli. Vězeň pak byl již schopen určit, kde se nachází dáma.

Který to byl pokoj?

Řešení

1 Víme, že jeden z nápisů obsahuje pravdivé tvrzení a druhý nepravdivé. Mohlo by být pravdivé to první? V žádném případě. Kdyby tomu tak bylo, platilo by i druhé tvrzení. Kdyby byla skutečně v prvním pokoji dáma a ve druhém tygr, pak by se nepochybně v jednom z pokojů nacházela dáma a ve druhém tygr. Tato možnost je ale vyloučena. Musí tedy být naopak první tvrzení nepravdivé a druhé pravdivé. Z druhého (pravdivého) tvrzení tudíž vyplývá, že v jednom pokoji je dáma a ve druhém tygr. Protože první tvrzení neplatí, musí být dáma v pokoji II a tygr v pokoji I. Takže vězeň by měl volit pokoj II.

2 Je-li druhé tvrzení nepravdivé, pak první pokoj obsahuje dámu. To by znamenalo, že se dáma nachází alespoň v jednom z pokojů, a tudíž by první tvrzení bylo pravdivé. Obě tvrzení tedy nemohou být nepravdivá. Z toho vyplývá, že musí být naopak obě pravdivá (neboť víme, že jsou buď obě pravdivá, nebo obě nepravdivá). Takže tygr je v pokoji I, dáma v pokoji II a vězeň by se měl vydat do pokoje II.

3 Král musel být tentokrát vskutku v hodně dobrém rozmaru, protože do obou pokojů umístil slečny! Dokážeme to následujícím způsobem.

Nápis na dveřích prvního pokoje ve skutečnosti hlásá, že *alespoň* jeden z následujících výroků platí: tygr je na jedničce, dáma je na dvojce. Přitom nevylučuje možnost, že by platily oba výroky zároveň.

Je-li nyní druhý nápis nepravdivý, pak musí na jedničce číhat tygr, což by z prvního nápisu učinilo pravdivé tvrzení (neboť by platila první z obou na něm uvedených alternativ). My ale víme, že se nemůže stát, že by jedno tvrzení platilo a druhé nikoli. Takže je-li druhý nápis pravdivý, pak musí být pravdivé oba. Protože je druhé tvrzení pravdivé, musí se v prvním pokoji nacházet dáma. To znamená, že první alternativa prvního tvrzení neplatí, a tedy musí platit druhá (neboť alespoň jedna platí). Takže tentokrát je dáma i na dvojce.

4 Oba nápisy hlásají totéž, takže jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Řekněme, že jsou pravdivé. Pak jsou v obou pokojích dámy. To mimo jiné znamená, že na dvojce máme dámu. Jenomže nám bylo řečeno, že je-li na dvojce dáma, pak nápis na dveřích lže. To je spor, takže nápisy nejsou pravdivé, naopak, jsou oba nepravdivé. Z toho vyplývá, že pokoj I obsahuje litou šelmu a pokoj II dámu.

5 Kdyby byl tygr na jedničce, dostali bychom spor, jak uvidíme. Pak by totiž musel být nápis na prvních dveřích nepravdivý, což by znamenalo, že v žádném pokoji není dáma. V obou pokojích by vězel tygr. Jenomže jak víme, tygr ve druhém pokoji by znamenal, že nápis na druhých dveřích je pravdivý, tedy by na jedničce musela vyčkávat dáma, a to je spor s předpokladem, že tam máme tygra. V prvním pokoji tudíž nemůže být tygr – je tam zaručeně dáma. To znamená,

že druhý nápis hlásá pravdu, čehož však lze docílit jedině umístěním tygra na dvojku. Závěr: na jedničce je dáma a na dvojce tygr.

6 První nápis ve skutečnosti říká, že buď jsou v obou pokojích dámy, nebo jsou v obou pokojích tygři, a nic mezi tím. Jedině v takovém případě by na volbě pokoje nezáleželo.

Řekněme, že by první pokoj obsahoval dámu. Pak je první nápis pravdivý, což znamená, že i druhý pokoj obsahuje dámu. Nyní naopak předpokládejme, že v prvním pokoji máme tygra. Pak je první nápis nepravdivý, což znamená, že obyvatelé pokojů nejsou stejnorodí. Z uvedené analýzy vyplývá, že na dvojce je dívka bez ohledu na to, jakého tvora či netvora obsahuje pokoj I. Protože na dvojce je tedy dáma, je druhý nápis nepravdivý. Takže na jedničce bude tygr.

7 První nápis ve skutečnosti praví, že oba nájemníci se od sebe liší, tedy jedním z nich je dáma a druhým tygr, nepraví však již, kdo je kde. Je-li dáma v pokoji I, pak je odpovídající tvrzení pravdivé, takže na dvojce musí být tygr. Je-li ale naopak nájemníkem prvního pokoje tygr, pak je nápis nepravdivý, a tedy se od sebe nájemníci pokojů neliší, takže tygr je i na dvojce. Jinými slovy, ať se děje, co se děje, v pokoji II je tygr. To znamená, že druhý nápis je pravdivý, a tedy na jedničce je slečna.

8 Řekněme, že by horní nápis patřil na první dveře. Kdyby byla za dveřmi dáma, byl by nápis nepravdivý, což by bylo porušení králových pravidel. Byl-li by ale za dveřmi tygr, pak by nápis byl pravdivý, a i to by bylo porušením pravidel. Tedy horní nápis nemůže patřit na dveře prvního pokoje, musí viset na dveřích pokoje druhého. Takže zbývající nápis patří na první dveře.

Tento druhý nápis (V OBOU POKOJÍCH ODPOČÍVAJÍ TYGŘI), který má být umístěn na první dveře, znamená, že v prvním pokoji nemůže být dáma. Jinak by nápis musel být pravdivý, což by byl zjevný spor. Tedy první pokoj obsahuje tygra. Nápis je tudíž nepravdivý, takže na dvojce nalezneme dámu.

9 Nápis na dveřích pokojů II a III si vzájemně odporují, takže alespoň jeden z nich je pravdivý. Protože nanejvýš jedno ze tří tvrzení smí být pravdivé, musí být tvrzení na dveřích pokoje I nepravdivé. Jinými slovy, dáma je na jedničce.

10 Protože nápis na dveřích pokoje s dámou je pravdivý, dáma rozhodně nemůže být na dvojce. Kdyby byla na trojce, byly by všechny nápisy pravdivé, což odporuje pravidlům. Takže dáma musí být na jedničce (a druhý nápis je pravdivý a třetí nepravdivý).

11 Protože je nápis na dveřích pokoje s dámou pravdivý, dáma asi nebude na trojce.

Předpokládejme, že dáma dlí na dvojce. Pak by byl druhý nápis pravdivý, tygr by tudíž musel být na jedničce a trojka by byla prázdná. To by ovšem znamenalo, že nápis na dveřích tygřího pelechu je pravdivý, což není možné. Takže dáma je na jedničce, trojka je prázdná a tygra máme na dvojce.

12 Kdyby král sdělil věžňovi, že pokoj VIII je prázdný, pak by vězeň nebyl schopen úlohu vyřešit. Protože ale vězeň dámu našel, musel mu král říci, že pokoj VIII prázdný není. Pak mohl vězeň uvažovat takto:

Dáma nemůže být na pokoji VIII, protože kdyby tam byla, pak by bylo příslušné tvrzení pravdivé a musel by být v onom pokoji tygr, což by byl spor. Takže na osmičce dámu nenalezneme. Pokoj VIII ovšem není prázdný, takže v něm

máme tygra. Tudíž je osmé tvrzení nepravdivé. Kdyby byl devátý pokoj prázdný, pak by bylo osmé tvrzení platné, tedy pokoj IX není prázdný.

Takže ani devítka není prázdná. Nemůže ji ale obývat dáma, neboť pak by deváté tvrzení platilo, což není možné. Takže na devítce je další tygr, a tedy devátý nápis obsahuje nepravdivé tvrzení. Kdyby bylo šesté tvrzení skutečně nepravdivé, pak by deváté tvrzení platilo, a to by byl spor. Takže šesté tvrzení je pravdivé.

Z pravdivosti šestého tvrzení plyne nepravdivost tvrzení třetího. Toho je možné docílit jedině tak, že páté tvrzení neplatí a sedmé ano. Protože páté tvrzení neplatí, jsou oba výroky na dveřích pokojů II a IV nepravdivé. Protože čtvrté tvrzení neplatí, první tvrzení platí.

V tomto okamžiku víme, které nápisy jsou pravdivé a které nikoli:

1 platí,	2 neplatí,	3 neplatí,
4 neplatí,	5 neplatí,	6 platí,
7 platí,	8 neplatí,	9 neplatí.

Víme, že dáma může být jedině na některém z pokojů I, VI nebo VII, neboť všechny ostatní pokoje nesou na dveřích neplatné výroky. Protože platí výrok na prvních dveřích, dáma nemůže být na šestce. Protože platí sedmé tvrzení, dáma nemůže být ani na jedničce. Závěr: dáma je na sedmičce.