

Mýtus nekonečno

Peter Zamarovský



KAROLINUM

Mýtus nekonečno

Peter Zamarovský

Recenzovali:

RNDr. Kateřina Trlifajová, Ph.D.

doc. Ing. Karel Malinský, CSc.

Vydala Univerzita Karlova

Nakladatelství Karolinum

Redakce Václav Hozman

Grafická úprava Zdeněk Ziegler

Sazba DTP Nakladatelství Karolinum

Vydání první

© Univerzita Karlova, 2018

Text © Peter Zamarovský, 2018

Preface © Jiří Grygar, 2018

Cover photo © Ondřej Telecký, 2018

Na obálce použita reprodukce obrazu Věry Novákové Před branami

ISBN 978-80-246-3837-9

ISBN 978-80-246-3886-7 (online : pdf)



Univerzita Karlova
Nakladatelství Karolinum 2018

www.karolinum.cz
ebooks@karolinum.cz

*Věnováno památce profesora Petra Vopěnky,
matematika a vizionáře*

Obsah

Poděkování /9

Předmluva Jiřího Grygara /11

ÚVODEM /15

O čem a pro koho je tato kniha /16

1 NEKONEČNO – BRÁNA K FILOSOFII MATEMATIKY /18

1.1 Zajatci filosofie včerejška /18

1.2 Co značí pojem „nekonečno“? /21

1.3 Pojem „existence“ /22

1.4 Existence čísel /41

2 PRANEKONEČNO /48

2.1 Nekonečno před Řeky /48

2.2 Řekové a APEIRON /51

2.3 Nekonečno a Aristotelés /71

2.4 Archimédés, velmi veliká čísla a nekonečno /79

3 NEKONEČNO STŘEDOVĚKÉ A RENESANČNÍ /82

3.1 Sv. Augustin a aktuální nekonečno /82

3.2 Nekonečno a Tomáš Akvinský /87

3.3 Znovuotevření nekonečného prostoru /94

4 RÁJ NEKONEČNÝCH MNOŽIN /114

4.1 Prehistorie /114

4.2 Hrubá síla nekonečna /122

4.3 Bernard Bolzano, praotec teorie množin /132

4.4 Cantorův matematický ráj /138

4.5 Důsledky Cantorovy teorie /176

5 VYHÁNĚNÍ Z RÁJE /187

5.1 Bourání babylónské věže /188

5.2 Alternativní nekonečno Petra Vopěnky /201

6 DRUHÁ FRONTA: ZÁPAS O NEKONEČNĚ MALÉ /233

6.1 Zrod infinitezimálů a infinitezimálního počtu /234

6.2 Smrt infinitezimálů /242

6.3 Zmrtvýchvstání infinitezimálů /245

7 NEKONEČNO, FYZIKA A REÁLNÝ SVĚT /249

7.1 Nekonečno co do přesnosti /251

7.2 Nekonečně malé a fyzika /253

7.3 Nekonečně veliké a fyzika /254

7.4 Relativita nekonečna? /263

7.5 Princip skromnosti a princip výlučnosti /282

7.6 Nekonečno paralelních vesmírů – sci-fi nebo věda? /283

8 MÝTUS NEKONEČNO /288

8.1 Spatřovat neviditelné za viditelným /288

8.2 Mlčení nekonečna /293

9 NA KONCI CESTY /296

9.1 K čemu jsme v knize dospěli /296

9.2 Epilog /299

Literatura /300

Summary /311

Краткое резюме /314

Rejstřík (méně obvyklých) pojmů /317

Jmenný rejstřík /320

Poděkování

Za přečtení, poznámky a podněty k textu děkuji těmto kolegům: doc. Eduardu Fuchsovi, prof. Jiřímu Podolskému, prof. Petru Kulhánkovi, RNDr. Jiřímu Grygarovi, doc. Karlu Malinskému, RNDr. Kateřině Trlifajové, PhDr. Marku Matějkovi. Za dílčí rady a podněty jsem zavázán také prof. Aleně Vencovské, prof. Lence Karfíkové, doc. Miroslavu Holečkovi, Mgr. Šárce Voráčové, Mgr. Lence Vinklerové, Ing. Miroslavu Horkému, PhDr. Jiřímu Holbovi, doc. Světlavu Kostičovi, doc. Radku Chlupovi, Mgr. Jesice Schaft, PhDr. Radimu Kočandrlému, doc. Karlovi Flossovi, PhDr. Haně Vymazalové, doc. Janu Slávikovi, PhDr. Věře Klontzové-Jaklové, doc. Ivanu Štampachovi, prof. Jaroslavu Šestákovi, doc. Čenku Zlatníkovi, RNDr. Janu Kadrnoškovi, Mgr. Michaela Škodové. Docentce Adě Kolmanové-Janouchové děkuji za upozornění na práci Arnošta Kolmana o nekonečnu. Paní Věře Novákové děkuji za poskytnutí jejího obrazu s inspirativním názvem Před branami na přebal knihy.

Předmluva Jiřího Grygara

Autora knihy jsem poznal díky sekci pro vědu a filosofii Evropského kulturního klubu zhruba před dvěma desetiletími. Od roku 2008 převzal vedení sekce od prof. Miroslava Kutílka. Všichni tři společně jsme sdíleli zájem o širší souvislosti vědy a kultury, do níž ovšem věda sama nepochybně patří.

Před deseti lety se mi dr. Peter Zamarovský při jednom setkání zmínil, že začíná psát knížku o zdánlivě lehké otázce: Proč je v noci tma? To mne nadchlo, protože z vlastní popularizační zkušenosti vím, jak je tato otázka těžká a záluďná. Autor mi pak dával k náhledu první, druhou i třetí verzi rukopisu, než byl sám s textem dostatečně spokojen. Kniha s tímto názvem pak vyšla s mou předmluvou v roce 2011. O dva roky později pak vyšla v angličtině.

Na jaře 2015 mi Peter poslal první verzi své další knihy, tentokrát pojednávající o záhadě nekonečna. Opět mi postupně posílal další dosti podstatné změny a úpravy původního rukopisu. Tak jsem se stal svědkem toho, jak je Peter sám k sobě při každém sepisování náročný. Teprve loni jsem se dočkal konečné varianty textu a po několika odkladech kvůli přemíře vlastních závazků jsem se konečně odhodlal do náročného tématu knihy ponořit.

Nevycházel jsem z úžasu nad tím, s jakým nadhledem i smyslem pro propojení různých úhlů pohledu na tuto vpravdě metafyzickou záhadu autor toto obtížné téma pojal. Nabízí totiž čtenářům osm rozličných perspektiv. Líčí, jak se nekonečnem zabývali největší myslitelé starověku, velcí křesťanští teologové od sv. Augustina až k sv. Tomáši Akvinskému, ale i heretik Giordano Bruno. V roce 1655 zavedl anglický matematik John Wallis pro nekonečno v matematice proslulou ležatou osmičku jako důkaz legitimnosti a vážnosti problému nekonečna pro do té doby

logicky bezspornou matematiku. Mimochodem, je docela příznačné, že většina matematiků se od středověku do současnosti odvolává na Boha jako autoritu, která lidstvu matematiku a nekonečna darovala.

Když se matematici zmocnili předtím vágního pojmu nekonečna pomocí symbolů, pokusili se je vtělit do systému axiomů, vět a důkazů. Nekonečnem se během svého působení v Praze zabýval i španělský jezuita Rodrigo de Arriaga (1592–1667) a dvě století poté také jeho následovník Bernard Bolzano (1781–1848). Ten pak inspiroval dalšího skvělého matematika Georga Cantora (1845–1918), jenž se pokusil pomocí teorie množin velikosti nekonečen „klasifikovat“ a postavit je na pevný logický základ, jak je v matematice obvyklé. Vytvořil „říši nekonečen“, pověstný „Cantorův ráj“, kde strávilo množství matematiků svá nejplodnější léta. Autor knihy dále brilantně popisuje, jak Cantorova snaha narazila na různé paradoxy a spory, a na úsilí matematiků tyto spory řešit. Situace dospěla až tak daleko, že někteří matematici nekonečno dokonce z Cantorova „matematického ráje“ vyhnali. Peter Zamarovský se v této souvislosti zmiňuje zejména o originálním přínosu českého matematika Petra Vopěnky (1935–2015), jehož památce knihu věnoval.

Přidanou hodnotou knihy je pohled na problém zdánlivě opačný, tj. na veličiny nekonečně malé. Tam se bizarnosti nekonečna projevují snad ještě názorněji, protože „nekonečně malé“ nemusíme hledat kdesi v hlubinách vesmíru, ale spíše například v ohnisku přesně vybroušeného zrcadla, kde nás však omezují podivuhodné zákony kvantové mechaniky. Jak známo, tato čarokrásná část fyziky s neuvěřitelně úspěšnými praktickými aplikacemi zavedla již počátkem 20. století klíčový koncept nedělitelných kvant energie, hmoty, geometrických rozměrů i času. Důsledky kvantové mechaniky jsou ovšem v příkrém rozporu s tak často vzývaným zdravým selským rozumem, a i velmistři kvantové teorie připouštějí, že jí sami pořádně nerozumějí.

Autorovi se podařilo zpřístupnit soudobé myšlenky o nekonečnech velkých i nekonečnech malých dokonce v několika úrovních. Četbu usnadňují četné výtečně vybrané citáty rozličných autorit starověku, středověku i novověku, dále krátké přehledy každé z osmi hlavních kapitol i shrnující závěr příhodně nazvaný „Na konci cesty“.

Kniha může zcela určitě zaujmout jak přírodovědce, matematiky, filosofy a teology, tak širší čtenářskou obec studentů středních a vysokých škol, ale i ostatní čtenáře, kteří se dokáží nadchnout pro skutečné záhady, jež dosud nerozluštil žádný detektiv.

Praha, únor 2018
Jiří Grygar

Úvodem

„Ta osmička se tátovi nepovedla,“ prohlásil jsem, když jsem symbol nekonečna uviděl poprvé. Pak jsem se zaradoval: znám zaručeně největší číslo, číslo, které ostatní děti neznají! S nekonečnem jsem se setkal podruhé, když mi tatínek předváděl svůj foťák, měchovou Super Ikontu. Stupnice zaostřování začínala právě onou ležatou osmičkou. Očividný důkaz, že si nekonečno táta nevymyslel – podezíral jsem ho, byl spisovatel – a navíc důkaz, že je v životě k něčemu dobré. Alespoň při focení. Že by si však onen vetřák aparát troufl na nekonečno? A kde je vůbec to nekonečno? Musí být hodně daleko, věže svatovítské katedrály na obzoru, ba ani Měsíc či hvězdy přeci v nekonečnu neleží. (S tím Vítem na Hradě jsem si byl jistý, už jsem tam s tátou byl.) A čekalo mne další překvapení: když se na ono nekonečno zaostřilo, byl ostrý jak srpek Měsíce, tak i věž katedrály, dokonce i domy naproti ulice. Není to nekonečno podvod? Další krize přišla v šesté třídě. Matematikář nakreslil na tabuli onu ležatou osmičku a strohým hlasem sdělil, že nekonečno číslem není, jen jakýmsi symbolem. Otcova autorita i vize největšího čísla se zachvěly. Avšak, nejsou snad ostatní čísla také jen symboly? Nicméně musel jsem uznat, že pokud by bylo nekonečno číslem, muselo by být číslem dost podivným. Nejen, že se k němu nedá dopočítat, ale nedá se s ním ani úplně normálně počítat.

Nekonečno se týká matematiky, může se však týkat i fyziky, může se týkat i reálného světa? Je v našem vesmíru opravdu něco nekonečně veliké? Je sám vesmír nekonečný? A abych nezapomněl, nekonečný je prý i Bůh. Avšak i pro věřící je Bůh tajemstvím a pro mne je tajemstvím dvojnásobným. Přesto ve svém vyprávění Pánaboha opominout nemohu. Ať je to už s Jeho existencí a nekonečností jakékoli, sehrál, v pochopení nekonečna překvapivě významnou roli.

Vše, co si představujeme, je konečné. Pravíme-li, že je něco nekonečné, chceme tím jen naznačit, že nejsme s to pomyslet si toho konec... že nemáme ponětí o té věci, nýbrž jen o své nedostatečnosti.

Užíváme-li slova Bůh, není to proto, že bychom se snažili si ho představit – neboť Bůh je nepochopitelný a jeho velikost a moc jsou nepředstavitelné – ale proto, abychom se mu klaněli.

Thomas Hobbes, *Leviathan* 1651, III., 11¹

O ČEM A PRO KOHO JE TATO KNIHA

Ve své knize líčím tisíciletý příběh lidského ducha, který se pokouší představit nepředstavitelné, pochopit nepochopitelné, vymezit nevymezitelné, spočítat nespočítatelné. Příběh nekonečna.

Jde o kritický, historicko-filosofický pohled do skrytého zákulisí matematiky a fyziky, o úvahy a podněty k zamýšlení, a potěšilo by mne, kdyby tu a tam i k pobavení. Knihu jsem zamýšlel pro širší spektrum zájemců, od zvědavých laiků a studentů, pro které je ryze odborná literatura nestavitelná, až po matematiky a fyziky, kteří se zajímají o hlubší zázemí svých věd. Doufám, že v ní naleznou něco zajímavého i sami historikové a filosofové vědy. Téma jsem pojednal lehčím esejistickým stylem. Pro lepší srozumitelnost zjednodušuji, co lze. Doufám, že ne i to, co nelze.²

Nekonečno není samo-zřejmé, nejeví se, alespoň se nejeví přímo. Téma nekonečna zabíhá do oblastí, se kterými nemáme přímých zkušeností. Branou k nekonečnu se tak stává až filosofie matematiky a fyziky, vědomá i ta ležící v hloubi našeho nevědomí. V knize se snažím tyto filosofické přístupy vystihnout a rozebírám jejich dopad na chápání nekonečna. Pozornost přitom věnuji i směrům novým a netradičním, o kterých se popularizační literatura nezmiňuje. (Nejen popularizační, často ani ta odborná.) Jsou to ale právě tyto směry, které umožňují uvidět

1) Hobbes 2009. Thomas Hobbes z Malmesbury (1588–1679) byl anglický filosof, současník Galilea a Newtona.

2) Nemyslím totiž, že by matematický text měl být srozumitelný pouze matematikům, fyzikální fyzikům a filosofický jen hrstce filosofů, jak tomu nezřídka bývá. A jak zmínil Stephen Hawking, „každá rovnice snižuje počet čtenářů na polovinu“. Nehodlám tedy laskavého čtenáře matematikou příliš obtěžovat. Matematikům se za to omlouvám.

nekonečno v novém světle, v jiné perspektivě.³ To se týká i koncepcí nedávno zesnulého českého matematika profesora Petra Vopěnky, jemuž je má kniha věnována.⁴ Petra Vopěnky si velmi vážím, i když s ním (stejně jako s ostatními) občas polemizuji. Jak však lépe oslavit myslitele, než debatou o jeho názorech? Myšlenky, o kterých se nediskutuje, jsou mrtvé.

Knihy sestává z osmi kapitol a ze shrnujícího závěru, který tvoří kapitolu devátou. První a osmá kapitola vytvářejí jakýsi obecný filosofický rámec. Osu ostatních pak tvoří historie představ o nekonečnu. Od základního textu jsou odlišeny vsuvky: rozličné zajímavosti, historické odbočky, jakož i náročnější a spekulativnější partie. Vyprávění jsem doplnil řadou citátů, rozličných bonmotů, které zmiňované názory podporují i zpochybňují, aby tak ilustrovaly spleť cest poznání.

Kdybychom nebloudili, nebylo by o čem mluvit.

Tibetské rčení

3) Aktuálnost tématu nekonečna může ilustrovat i probíhající internetová diskuse: <https://www.researchgate.net/project/A-Revolution-in-Modern-Philosophy-of-Mathematics/>

4) Vopěnkova filosofie matematiky se zatím nedočkala důkladnější kritické reflexe. Ústřední momenty Vopěnkova přístupu k matematice jsem se pokusil rozbrat v Zamarovský 2015. V této knize pak zejména v kapitole 5.3.

1 Nekonečno – brána k filosofii matematiky

V první kapitole shrneme základní myšlenky filosofie matematiky a fyziky. K jednotlivým filosofickým hlediskům se pak budeme průběžně vracet. V osmé kapitole filosofické koncepce týkající se nekonečna zrekapitulujeme a doplníme.

Nekonečno je tématem příliš závažným, než abychom ho mohli přenechat jen matematikům.

Milan Mráz⁵

Nekonečno je typickým tématem mezioborovým a přesoborovým. Při jeho studiu budeme překračovat hranice jednotlivých oborů a teorií, hranice jednotlivých filosofických pohledů. Právě pohyb v onom hraničním pásmu, v zemi nikoho, bývá tím nejdobrodružnějším a nejzajímavějším, právě v překračování tradicí vymezených hranic spočívá pokrok myšlení i pokrok lidstva.

1.1 ZAJATCI FILOSOFIE VČEREJŠKA

K čemu nám bude filosofování při úvahách o nekonečnu? A k čemu je vůbec filosofie? Stejně jako většina normálních lidí se ani většina matematiků a fyziků o filosofii příliš nezajímá. Filosofie je jakýsi zbytný intelektuální luxus, člověk se bez ní může klidně obejít...

Opravdu?

Dovolím si s tímto názorem polemizovat: I když se ve svých každodenních úvahách neobracíme k nějakému uvědomovanému a vymezenému filosofickému systému, vždy vycházíme z nějakých

5) Mráz 1999: 232. Milan Mráz (1939–2010) byl český filosof, historik filosofie a překladatel z řečtiny. Dlouholetý ředitel Filosofického ústavu AV ČR.

základních představ. Týkají se toho, jak věci jsou, jak je poznáváme, a také způsobu, jak o nich uvažujeme, mluvíme a jak jednáme. Týkají se tedy nějaké ontologie, která vystihuje způsoby bytí,⁶ a nějaké epistemologie, vystihující způsoby našeho poznávání, týkají se i nějaké praxe. Tyto záležitosti nám obvykle připadají tak samozřejmé, že je vytěšňujeme do nevědomí. Příslušné odpovědi nebereme jako odpovědi v rámci určitého filosofického systému, v rámci nějaké teorie čili modelu reality, leč za realitu samotnou, za samo-zřejmost, za holá (od našich pohledů oproštěná) fakta, nanejvýše pak za záležitost zdravého rozumu. Každý z nás máme nějakou vlastní „nefilosofickou filosofii“, filosofii s malým (často hodně malým) „f“. Máme ji zasutou v podvědomí či v temnotě nevědomí.⁷ Má proto předsudečný charakter. Není formulována v exaktních pojmech, je intuitivní a vágní. Tuto „filosofii“ si vytváříme od dětství a slouží nám k tomu, abychom se ve světě orientovali, abychom chápali a zvládali běžné situace. V situacích neběžných nám však nebývá moc platná a může nás svést na scesti. Pokud si svá filosofická východiska neuvědomujeme, nejsme schopni je vědomě reflektovat, uvažovat o nich, pak nejsme schopni je ani rozvíjet a případně měnit. Stáváme se jejich zajatci, zajatci svých předsudků.

... odmítat přemýšlet o filosofii znamená odsuzovat se k uvěznění ve filosofii věčejška.

Mary Midgley⁸

Jak dále uvidíme, mnoho myslitelů přistupovalo (a stále přistupuje) k otázce nekonečna, aniž by si jasně nějaké filosofické

6) Slovo „ontologie“ zavedl Christian Wolf (1679–1754). (Poznámka pro informatiky a jim podobné: V informatice nabyl termín „ontologie“ poněkud posunutého významu.)

7) Psychologové (zvláště psychoanalytici) dávají přednost termínu „nevědomí“ (uncounciousness). Termín „podvědomí“ (subcounciousness) se považuje za vágní, zastaralý a amatérský. Já užívám slovo „podvědomí“, pokud chci dát najevo, že mi nejde o exaktní psychologické vyjádření, tedy pokud se chci vyjádřit neurčitěji. Někdy se podvědomí ztotožňuje s předvědomím (pre-consciousness), mezistupněm mezi vědomím a nevědomím („dočasné nevědomí“).

8) Midgley 1991. Mary Midgley (nar. 1919) je osobitá britská filosofka zabývající se filosofií vědy, morální filosofií, právy zvířat, etologií a filosofickými problémy evoluce.

pozadí uvědomovalo. Výsledky jejich úvah se pak lišily v závislosti na tomto pozadí, na této „skryté filosofii“. Tedy, abychom neuvízli na slepé koleji, kdy se budeme pokoušet řešit otázku nekonečna prostředky matematiky či fyziky, zatímco na místě by bylo podívat se na ni z vyššího hlediska filosofického, musíme si onu v zákulisí stojící filosofii uvědomit a jasně ji formulovat. Z předsudku musíme udělat vědomý předpoklad.

Neexistence Filosofie

Hned zpočátku bych chtěl varovat čtenáře ve filosofii nezběhlého: žádná univerzální, všeobecně přijatelná filosofie neexistuje. Odborná (natož pak neodborná) filosofická veřejnost jednotný filosofický pohled nikdy nesdílela, nesdílí a sdílet nebude. (Pokud k tomu nebude násilím donucena.) Existují jen rozliční filosofové, rozličné filosofické školy a směry. Jejich učení se liší často v podstatných ohledech. Čas od času se sice objevují snahy vybrat onu nejsprávnější, případně jedinou pravou filosofii, Filosofii s velkým „F“. Ve středověku byla u nás brána⁹ za jedinou pravou filosofie aristotelská a Aristotelés byl Filosofem s velkým „F“. V nedávných dobách to byl zase marxismus. Nadřazenost jednoho filosofického pohledu se dokazovala často jen z „vnitřku“, tj. důkazy kruhem¹⁰ a zvnějšku se opírala o světskou moc. A tato moc se zase opírala o ideologii zdůvodněnou touto Filosofii (nebo jediným pravým Náboženstvím). Se zánikem světské moci pak zaniká i monopol těchto ideologických opor.

Ano, absolutní kritérium nejlepšího filosofického systému neexistuje. Avšak, jak jsem už ukázal, bez filosofického pozadí se neobejdeme. Takže nám nezbývá, než vzít odpovědnost na vlastní bedra a zvolit si tu nejsympatičtější filosofii a vsadit na ní, uvěřit jí. Neměla by to však být víra slepá, měli bychom stále trochu pochybovat, zkoušet i jiné varianty, stále si udržovat nadhled a zpětnou vazbu, uvědomovat si, že veškeré naše „pravdy“

9) „U nás“ – myslím tím Evropu a z části i Blízký východ.

10) Přísně vzato, jiný důkaz než kruhový ani možný není. Většina ideologických systémů je totiž proti svému vyvracování obrněná, „imunizovaná“. (Už pochyby jsou hříšné.) Z hlediska Popperova kritéria to zakládá jejich nevědeckost: vědecké tvrzení by totiž mělo být v principu vyvratitelné-falzifikovatelné. Nicméně každá „poctivá“ filosofie i každé „poctivé“ náboženství přiznávají, že vědou nejsou.