

Tři Newtonovy pohybové zákony popisují pohyb částice s hmotností m pod vlivem síly F . Jsou jádrem Newtonova nejdůležitějšího díla *Principia*, v němž je pohyb poprvé zaveden a popsán v matematicky přesných pojmech a termínech, a to pomocí derivace. Tyto zákony jsou výchozím bodem pro matematické modelování dynamických soustav v nejobecnějším smyslu a představují kolébku kvantitativní vědy.

Čtvrtá z uvedených rovnic vyjadřuje gravitační sílu. Společně tak vysvětlují všechny gravitační jevy, pozemské i nebeské, které byly známy v Newtonově době. Daly tak pevný teoretický základ pro předcházející práce Koperníka, Braha, Keplera a Galilea o dráhách planet kolem Slunce, ale také popsaly, proč padá jablko ze stromu na zem. Vysvětlují i statiku – jak různé síly udržují pohromadě rovnováhu, proč stojí mosty a budovy, ale také proč se někdy mohou zřítit.

Tyto rovnice obsahují derivace podle času, protože rychlost $v = dr/dt$ je změna polohy v čase a zrychlení $a = dv/dt$ je změna rychlosti s časem. Poloha, rychlost i zrychlení jsou vektory; mají velikost a směr v prostoru.

První rovnice zavádí veličinu *hybnost* p ; dříve se také nazývala „množství pohybu“.

Druhá rovnice, nejznámější, popisuje účinek síly na pohyb částice. Působí-li na částici síla F , udělí jí zrychlení a , a to ve stejném směru, který má síla. Z této rovnice je také zřejmé, že pokud síla nepůsobí, zachovává si částice svou rychlost i hybnost. Představa, že pohyb částice trvá i bez působení nějaké síly, byla v raném věku mechaniky revoluční – docela zneklidňující myšlenka, odporující intuitivní představě a navíc v rozporu s tehdy všeobecně

Mechanika a gravitace

Newtonovy pohybové rovnice a zákon všeobecné gravitace

Isaac Newton

Isaac Newton se narodil na Vánoce roku 1642 na malém statku v anglickém Woolsthorpe. Když mu bylo dvanáct, šel do venkovské školy King's School v Granthamu, kde ale dlouho nevydržel. Opustil domov v roce 1660 a o rok později odjel do Trinity College v Cambridgi. Po necelých osmi letech mu bylo nabídnuto vedení katedry matematiky v rámci Lukasiánské profesury. Trvalo ještě patnáct let, než začal psát své mistrovské dílo *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Matematické základy přírodovědy, známé prostě jako *Principia*), knihu vskutku geniální, která navždy změnila vědecké myšlení.

Tržba ze Newtonova díla uvitáno s nadšením, plného přijetí se dočkalo až po jeho smrti. V roce 1699 se Newton stal ředitelem londýnské mincovny. V roce 1727 tento veliký přírodovědec, mystik a teolog – napsal mj. tisíce stran teologických pojednání – zemřel ve svém domě v Kensingtonu. Je pochován ve Westminsterském opatství.

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1}$$

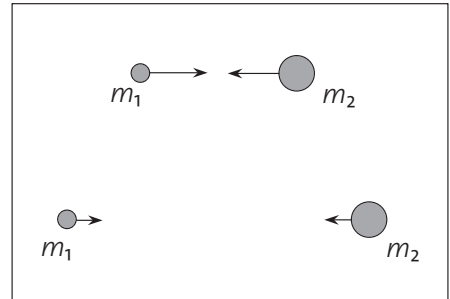
$$\mathbf{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

uznávanými názory Aristotelovými. Působí-li na částici sil více – třeba tření, odpor vzduchu a elektrostatická síla – pak F znamená výslednici těchto sil.

Třetí rovnice popisuje, že pokud působíme určitou silou na nějaké těleso, pak toto těleso působí stejně velkou, ale opačně směřující silou na nás; tomuto principu se říká zákon akce a reakce. Slunce působí nějakou silou na naši Zemi, Země působí stejně velkou silou na Slunce, jenom v opačném směru. Kniha tlačí dolů na stůl, ale stůl tlačí knihu stejně velkou silou nahoru – jinak by kniha skrz něj propadla.

Poslední rovnice udává vzorec pro všeobecnou přitažlivost – gravitační zákon. Je mimořádně jednoduchý: dva předměty s hmotnostmi m_1 a m_2 se navzájem přitahují silou F_G úměrnou součinu jejich hmotností a nepřímo úměrnou čtverci vzdálenosti mezi nimi (viz obrázek). Budou-li předměty od sebe desetkrát dále, bude síla mezi nimi stokrát slabší. Konstanta úměrnosti G , někdy nazývaná Newtonova a dříve u nás značená κ (kappa), je univerzální přírodní konstantou, stejnou pro všechna tělesa, ať už byla zhotovena z čehokoliv.

Společně s pohybovými zákony nám gravitační zákon skýtá kvantitativní výklad pohybu planet kolem Slunce, ale také všeho, co souvisí s tíhou na Zemi. Mezi jiným vysvětluje i Galileiho pozorování, že tíhové zrychlení volného pádu *nezávisí* na hmotnosti padajícího předmětu. Tento zákon dostaneme z Newtonova gravitačního zákona, když za hmotnost m_1 dosadíme hmotnost Země M a za r poloměr Země R . Porovnáme-li výsledek s Galileovým vzorcem $F = mg$, najdeme zrychlení jako $g = GM/R^2$. Tímto způsobem převedl Newton zákony nebeské i pozemské mechaniky na společný jmenovatel.



- 25 Tyto čtyři jednoduché zákony představují opravdové vítězství ducha nad hmotou. Lze je uplatnit nesmírně mnoha způsoby, protože F může být libovolný druh síly, nejenom síla tíhová. S tímto zákonem můžeme v principu pochopit dynamiku všech klasických systémů: střel, satelitů a planet, ale i aut, houslových strun, kyvadlových hodin, hula-hoopů, mlýnů, jízdních kol, plavců i těch, co skácou při bungee-jumpingu. Také pro statické konstrukce – výpočty rozdělení sil na mostech i v domech – představují tyto zákony výchozí bod.

Zákon zachování energie

Zákon zachování energie je základním principem v celé fyzice. Abychom mu však dobře rozuměli, musíme uvažovat všechny formy energie, včetně tepelné, zářivé, energie chemické vazby a nakonec i samotné klidové energie dané hmotností předmětu. Pro jednoduchý systém, jako třeba pro předmět, na který působí síla závislá na jeho poloze (může to být třeba houpačka v poli zemské tíže), je výraz pro celkovou energii U

$$U = \sum \frac{1}{2}mv^2 + V(x).$$

Součet obsahující čtverec rychlosti v každé jeho části (s hmotností m) popisuje kinetickou neboli pohybovou energii. Druhý výraz je potenciální neboli polohová energie, závislá na tom, kde právě předmět je.

Nelineární dynamika a chaos

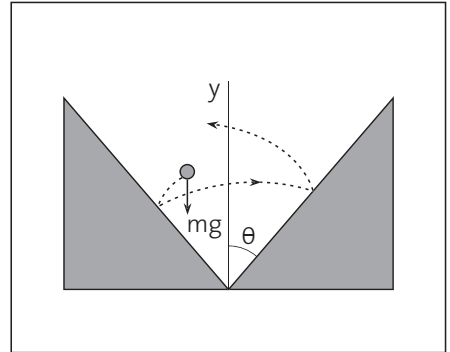
Koncem 19. století upozornil francouzský matematik a fyzik Henri Poincaré, že i v poměrně jednoduchých systémech, vyhovující zdánlivě nevinným diferenciálním rovnicím (třeba Newtonovu zákonu), mohou nastávat nesmírně komplikované pohyby. Dále se ukázalo, že nepatrné změny počátečních podmínek mohou vést k naprosto odlišnému pohybu. Tato extrémní citlivost na počáteční stav má důležité důsledky: vede k tzv. *chaotickému* chování. Opakuje-li pokus, ať už skutečný nebo simulovaný na počítači, můžeme počáteční podmínky nastavit jen s jistou přesností. Je-li ovšem právě studovaný systém takto extrémně citlivý na počáteční podmínky, můžou být výsledky „totožných“ pokusů naprosto rozdílné. V takovém případě nedokážeme vůbec předpovídat, co se opravdu stane.

Toto fakticky nepředvídatelné chování exaktně definovaného a plně deterministického systému se nazývá *deterministický chaos*.

Tento druh chaosu je „dědičnou vlastností“ nelineárních dynamických soustav a byl důkladně zkoumán v posledním

čtvrtstoletí 20. století. Chaotické chování nevyplývá jen z nějaké speciální podoby rovnice. Může se třeba stát, že určitá nelineární rovnice vykazuje chaotické chování pouze tehdy, když její parametry leží v jisté oblasti hodnot, a pro jiné hodnoty má řešení obvyklé.

Jako jednoduchý příklad uvedeme „tíhový kulečnick“, který studovali Lehtihet a Miler. Systém je tvořen míčkem, který padá v konstantním tíhovém poli. Odráží se dokonale pružně od zkosných stěn (viz obrázek). Dráhu, po níž se míček pohybuje, lze snadno spočítat z Newtonových zákonů a zákona tíže – přesně tak, jak jsme si to již popsali. Míček má mezi nárazy na stěny stálé zrychlení g směrem dolů jako důsledek tíhové síly. Jeho trajektorii mezi stěnami je část paraboly, stejně jako při každém obyčejném vrhu v poli zemské tíže. Při nárazu se změni směr pohybu míčku zrcadlově podle kolmice v místě dopadu. Ačkoliv to vypadá velmi jednoduše, může se pohyb míčku mezi stěnami měnit z obyčejného periodického pohybu na chaotický například tím, že nepatrně změním úhel rozevření obou odrazových stěn.



Newtonovo dědictví

Napišeme-li pohybové rovnice pro soustavu předmětů a zahrneme-li síly, které na ně působí, dostaneme soustavu navzájem propojených diferenciálních rovnic popisující dynamiku systému v celé úplnosti. To je zcela obecný výchozí bod, a proto Newtonova *Principia* vymezují cestu pro kvantitativní popis nejširší třídy dynamických systémů.

Jako proměnné v mechanice slouží polohy a rychlosti částic, ale stejně dobře můžeme popisovat populaci navzájem soupeřících živočichů v ekologických systémech nebo ceny, kurzy a mzdy v ekonomickém modelu.

27 Třebaže jsou takové dynamické systémy deterministické, mohou projevovat chaotické chování. Jednoduché případy – jako dvě tělesa, která se navzájem přitahují centrální silou – mají přesná řešení, vyjádřitelná jednoduchými matematickými funkcemi v uzavřeném tvaru. Ale ve většině úloh (např. už v problému tří těles) nelze přesné řešení vyjádřit v jednoduchém uzavřeném tvaru, takže se musíme spokojit buď jen s kvalitativním rozbohem, nebo s numerickými, přibližnými řešeními na počítači. To je jediná cesta, která nám umožní získat představu, jak vypadají možná řešení a jaké mají vlastnosti.

Věda trojjediná

Moderní věda není jen dialog mezi teorií a pokusem. Stále větší a samostatnější role připadá počítačům, které analyzují rovnice a hledají jejich řešení. Pokus, teorie a počítačové modelování tak tvoří dokonale vnitřně propojenou trojčlennou domácnost – *ménage à trois*.